
Analyse spectrale des Laplaciens sous-Riemanniens, mesure de Weyl

Emmanuel Trélat^{*†1,2}

¹Laboratoire Jacques-Louis Lions (LJLL) – CNRS : UMR7598, Université Pierre et Marie Curie
(UPMC) - Paris VI – B.C. 187 75252 Paris Cedex 05, France

²Institut Universitaire de France (IUF) – Institut universitaire de France – France

Résumé

Dans une série de travaux avec Yves Colin de Verdière et Luc Hillairet, nous étudions les propriétés spectrales des Laplaciens sous-Riemanniens, qui sont des opérateurs hypoelliptiques. L'objectif principal est d'obtenir des résultats d'ergodicité quantique, ce que nous avons fait en géométrie de contact 3D.

Dans le cas général, nous étudions l'asymptotique en temps petit des noyaux de la chaleur en géométrie sous-Riemannienne. Nous démontrons qu'elle est donnée par le noyau de la chaleur de la nilpotentisation.

Dans le cas équirégulier, nous en déduisons la loi locale puis la loi microlocale de Weyl, mettant en évidence ce qu'on appelle la mesure de Weyl. Cette mesure coïncide avec la mesure de Popp en basse dimension, mais en est différente en général. Nous montrons qu'il y a concentration spectrale sur le faisceau engendré par les crochets de longueur $r-1$, où r est le degré de nonholonomie.

Dans le cas singulier, nous étudions les cas de Martinet et de Grushin, obtenant en particulier un développement asymptotique à deux termes et la loi locale de Weyl.

*Intervenant

†Auteur correspondant: emmanuel.trelat@upmc.fr